

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ  
และสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION LEARNING ACTIVITIES ON MATHEMATICS LEARNING  
ACHIEVEMENT AND THE MATHEMATICAL REASONING ABILITY ON RELATIONS BETWEEN TWO -  
DIMENSIONAL AND THREE - DIMENSIONAL GEOMETRIC FIGURE OF MATHAYOMSUKSA I STUDENTS

กุลวดี อำภาวษ์<sup>1</sup> ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต<sup>2</sup> และ ดร.พรรณทิพา ต้นตินย์<sup>2</sup>

Koolwadee Aupawong<sup>1</sup> Dr.Apunchanit Janjit<sup>2</sup> and Dr.Pantipa Tontini<sup>2</sup>

<sup>1</sup>สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี 20131

<sup>2</sup>ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี 20131

<sup>1</sup>Program in Mathematics Teaching, Faculty of Education, Burapha University, Chonburi 20131, Thailand

<sup>2</sup>Department of Learning Management, Faculty of Education, Burapha University, Chonburi 20131, Thailand

\*Corresponding author: wwahaann@gmail.com

วันที่รับบทความ 2 สิงหาคม 2560 วันที่แก้ไขบทความ 23 ตุลาคม 2560 วันที่ตอบรับ 11 พฤศจิกายน 2560 วันที่เผยแพร่ 30 เมษายน 2560

### บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนวัดป่าสะแก จำนวน 10 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) จำนวน 12 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีค่าความยากง่าย ( $P$ ) ระหว่าง 0.39-0.72 ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ระหว่าง 0.22-0.56 ค่าความเชื่อมั่น ( $r_{tt}$ ) ทั้งฉบับเท่ากับ 0.83 และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ มีค่าความยากง่าย ( $P$ ) ระหว่าง 0.29 – 0.37 ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ระหว่าง 0.20 – 0.28 ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 0.95 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

**คำสำคัญ :** การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI), ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

### ABSTRACT

The purposes of this research were 1) to compare mathematical learning achievement on relations between two-dimensional and three-dimensional geometric figure of mathayomsuksa I students after learning cognitively guided instruction with the criterion of 70 percent, and 2) to compare mathematical reasoning ability on relations between two-dimensional and three - dimensional geometric figures of mathayomsuksa I students after learning cognitively guided instruction with the criterion of 70 percent. The subject were 10 mathayomsuksa I

in the second semester of the academic year 2015 students at Watpasakae School. Research instruments were twelve lesson plans of cognitively guided instruction, mathematical learning achievement test that the difficulty index of the mathematical learning achievement test was in between 0.39-0.72, the discrimination Index was in between 0.22-0.56 and the last one is the reliability index was 0.83 and mathematical reasoning ability test that the difficulty index of the academic achievement test was in between 0.29-0.37, the discrimination Index was in between 0.20-0.28 and the last one is the reliability index was 0.95. The data were analyzed by mean, standard deviation and the data comparison with the 70 percent criterion.

#### The results of the study were as follow

1. The mathematical learning achievement on relations between two-dimensional and three-dimensional geometric figure of mathayomsuksa I students after learning cognitively guided instruction higher than the 70 percent criterion.

2. The mathematical reasoning ability on relations between two-dimensional and three-dimensional geometric figure of mathayomsuksa I students after learning cognitively guided instruction higher than the 70 percent criterion.

**Keywords:** Cognitively guided instruction learning, mathematical learning achievement, mathematical reasoning ability.

#### บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิด มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตรประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ดังจะเห็นได้จากโครงการ PISA ซึ่งเป็นโครงการประเมินนักเรียนระดับนานาชาติ ที่ใช้คณิตศาสตร์เพื่อศึกษาการรู้สาระ การมีข้อมูลข่าวสาร และการเป็นผู้บริโภคที่ฉลาดเพียงใด ซึ่งพลเมืองของทุกชาติในปัจจุบันจะต้องเผชิญกับภารกิจที่ต้องใช้แนวคิดคณิตศาสตร์ (สสวท., 2555) ซึ่งสอดคล้องหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่กำหนดให้ คณิตศาสตร์ อยู่ใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ การศึกษาภาคบังคับและเปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ(กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) นอกจากนี้เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์แล้วทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญ ดังที่ระบุใน โครงการ PISA ซึ่งระบุถึงความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ล้วน ๆ ยังไม่เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา มุมสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกด้านหนึ่ง คือ เรื่องของ “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” จึงมีการส่งเสริมให้มีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในขณะการสอน เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องในทุกระดับของนักเรียน เพื่อที่นักเรียนจะได้ทั้งความรู้และทักษะกระบวนการควบคู่กันไป ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานทั้งในต่างประเทศและประเทศไทยคล้ายคลึงกัน โดยประกอบไปด้วย 5 ทักษะหลัก คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (อัมพร ม้าคนอง, 2553)

จากการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับโครงการ TIMSS 2011 พบว่า ประเทศไทย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 427 คะแนน ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยที่กำหนดคือ 500 คะแนน เมื่อจำแนก ตามเนื้อหาวิชา และพฤติกรรมการเรียนรู้พบว่าคะแนน เฉลี่ยในเนื้อหา เรืองเรขาคณิตเท่ากับ 415 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้เหตุผลเท่ากับ 429 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งจากผลการประเมินสะท้อนให้เห็นถึงปัญหาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในประเทศไทยสอดคล้องกับผลการศึกษาผลประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของโครงการ TIMSS ที่พบว่าประเทศที่มีคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ลดลง จะมีคะแนนด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ลดต่ำลงเช่นกัน ซึ่งสอดคล้องคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเนื้อหาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ลดต่ำลงและลดต่ำลงอย่างต่อเนื่อง และยังพบว่าคะแนนเรขาคณิตเป็นคะแนนที่ต่ำที่สุดในด้านเนื้อหา และลดลงอย่างต่อเนื่อง (สสวท., 2556) ซึ่งสอดคล้องกับผลคะแนน O – NET สาระเรขาคณิตของโรงเรียนวัดป่าสะแก จังหวัดสุพรรณบุรี ที่ได้คะแนนต่ำลง ด้วยเหตุนี้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนวัดป่าสะแก จังหวัดสุพรรณบุรี ควรให้ความสำคัญกับการพัฒนาผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียน

คณิตศาสตร์ของนักเรียน จากการศึกษาที่นักเรียนในโรงเรียนวัดป่าสะแก จังหวัดสุพรรณบุรี เกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ภายในโรงเรียน พบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์น้อยมาก โดยเฉพาะสาระเรขาคณิต ซึ่งในการเรียนการสอนส่วนใหญ่เป็นการเรียนการสอนที่สนใจแต่เพียงการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบเท่านั้น และนักเรียนพบเจอสถานการณ์ที่ต้องแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิต หรือพบเจอน้อยมาก จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิตได้ (พิชัย ภูษัง, สัมภาษณ์, 1 มกราคม 2558)

เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยจึงศึกษารูปแบบการสอนที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ และจากการศึกษาแนวทางการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) เป็นแนวการจัดการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิด และการจัดการเรียนคณิตศาสตร์ให้ต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ (Carpenter *et al.*, 1989, pp. 499-531; Fennema *et al.*, 1993, pp. 555-583) เพื่อใช้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและยังเป็นวิธีการหนึ่งที่มีส่งเสริมสนับสนุนให้เด็กรู้จักการคิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่ได้รับการยอมรับแล้วว่าเป็นการสอนที่มีประสิทธิภาพ (National Research Council, 2000, p. 389) โดยแนวทางการสอนแบบแนะให้รู้คิดในชั้นเรียน เป็นการเน้นให้ผู้เรียนคิดหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมุ่งให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตัวเอง โดยผู้สอนมีบทบาทหลัก คือ ใช้คำถามและฟังเพื่อประเมินความเข้าใจของนักเรียน พร้อมหาวิธีการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน ส่วนบทบาทของนักเรียน คือ เป็นผู้แก้ปัญหา และอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา (Land, 2007, p.8 ; Hoosain and Chance, 2004, p. 474) โดยผู้สอนมีหน้าที่คอยสนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องให้นักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม มีโอกาสนำเสนอความคิดของตนเอง ร่วมกันอภิปราย (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2552 – 2553)

จากการศึกษาการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) ข้างต้น ซึ่งได้รับการยอมรับว่าเป็นวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพ ประกอบกับงานวิจัยที่ใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) แล้วมีผลดีต่อการเรียนของนักเรียนสมควรจะนำมาใช้ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจากการศึกษาข้างต้นจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำกิจกรรมการเรียนรู้แบบแนะให้รู้คิด (CGI) มาพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งถือว่าเป็นวัยที่เด็กจะมีพัฒนาการทางด้านความรู้ความเข้าใจถึงระดับสูง เนื่องจากทฤษฎีการพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์ได้สรุปไว้ว่า ความเข้าใจในการใช้เหตุผลจะเกิดขึ้นอย่างชัดเจนตั้งแต่อายุ 11-15 ปี กล่าวคือ สามารถคิดแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมได้ (ระพีพันธ์ ฉายวิมล, 2546)

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสนใจศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีกรอบแนวคิด ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบแนะให้รู้คิด (CGI) โดยมี 4 ขั้นตอน ดังนี้ (Carpenter *et al.* (1999, pp. 60-85; 2000, pp. 4-5), Peterson *et al.* (1991, pp. 112-119)

ขั้นที่ 1 **ขั้นนำเสนอปัญหา** ในขั้นนี้ผู้สอนเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ นักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ผู้สอนเลือกมานั้นต้องเหมาะสม ซึ่งมีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ

ขั้นที่ 2 **ขั้นลงมือปฏิบัติกิจกรรม** ในขั้นนี้ผู้สอนจะเปิดโอกาสให้นักเรียนทำความเข้าใจ และลงมือคิดแก้ปัญหา ซึ่งผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระ แต่จะคอยสังเกตดู สนับสนุน และคอยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด และเขียนแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 3 **ขั้นนำเสนอ** ในขั้นนี้ผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมา นำเสนอแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหาของตนเอง และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกันพร้อมแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 **ขั้นสรุป** ในขั้นนี้ผู้สอนและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุป คำตอบ ความรู้ วิธีการที่ใช้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา ช่วยกันในการสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา ซึ่งมีผู้สอนเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกันกับนักเรียน



1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

**วิธีดำเนินการวิจัย**

**ประชากร**

กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนโรงเรียนวัดป่าสะแกในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 10 คน ซึ่งเป็นโรงเรียนขยายโอกาสในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสุพรรณบุรี เขต 3 อำเภอเดิมบาง จังหวัดสุพรรณบุรี

**เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย**

สร้างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัยซึ่งประกอบด้วย แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยเครื่องมือแต่ละชนิดมีรายละเอียดดังนี้

1. แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) จำนวน 12 แผน ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้
  - 1) ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง
  - 2) สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) จำนวน 12 แผน ซึ่งแต่ละแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 4 ขั้น คือ

- ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา
- ขั้นที่ 2 ลงมือปฏิบัติกิจกรรม
- ขั้นที่ 3 การนำเสนอ
- ขั้นที่ 4 สรุป

3) เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ตลอดจนภาษาที่ใช้ พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับดีมาก ( $\bar{X} = 4.84, \sigma = 0.31$ ) 4) ทดลองนำร่องกับนักเรียนที่ไม่ใช่ประชากร 5) ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ 6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขสมบูรณ์แล้ว ไปใช้

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้ 1) ศึกษาจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง 2) สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3) นำแบบทดสอบวัดผล

สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน พบว่าค่า IOC ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์มีค่าตั้งแต่ 0.60-1.00 จำนวน 49 ข้อ 4) ทดลองนำร่องกับนักเรียนที่ไม่ใช่ประชากร 5) นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ มีค่าความยากง่าย ( $P$ ) ตั้งแต่ 0.39-0.72 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.22-0.56 และมีค่าความเชื่อมั่น ( $r_{tt}$ ) เท่ากับ 0.83 และ 6) นำไปใช้

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบ อัตนัย จำนวน 11 ข้อ ซึ่งมีขั้น ตอนในการสร้างดังนี้

1) ศึกษาจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2) สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดเกณฑ์การประเมินการให้คะแนนแบบวิเคราะห์แบบองค์รวม ดังตาราง 1

ตาราง 1 ตารางเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	สามารถเขียนอธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แล้วนำมาวิเคราะห์สรุปข้อมูลได้อย่างสมเหตุสมผล และได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ
2	สามารถเขียนอธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แล้วนำมาวิเคราะห์สรุปข้อมูลได้อย่างไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วนหรืออธิบายเหตุผลสับสน แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง
1	สามารถเขียนอธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แล้วนำมาวิเคราะห์สรุปข้อมูลได้อย่างได้ไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วนหรืออธิบายเหตุผลสับสนหรือมีความผิดพลาดในการคำนวณทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีความพยายามในการเขียนอธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แล้วนำมาวิเคราะห์สรุปข้อมูลเลย หรือคำตอบที่ถูกต้องอาจจะได้มาจากการเดา / ไม่มีความพยายามในเขียนอธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แล้วนำมาวิเคราะห์สรุปข้อมูลหรือแสดงแนวคิดในการให้เหตุผลไม่สอดคล้องกับคำถามเลย

3) เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน พบว่า IOC ของแบบทดสอบมีค่า ตั้งแต่ 0.60 – 1.00 4) ทดลองนำร่องกับนักเรียนที่ไม่ใช่ประชากร 5) นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์มีค่าความยากง่าย ( $P$ ) ตั้งแต่ 0.29 – 0.37 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.20 – 0.28 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 6) นำไปใช้

#### วิธีรวบรวมข้อมูล และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์

1. ดำเนินการสอนโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนด้วยตนเอง และใช้แผนการจัดการจัดการเรียนรู้อาจารย์จำนวน 12 แผน ซึ่งกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละแผน ผู้วิจัยจะเป็นผู้สอนและให้นักเรียนทำใบกิจกรรม

2. หลังจากนักเรียนได้รับการจัดการจัดการเรียนรู้อาจารย์ทั้ง 12 แผน แล้วจึงให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. ตรวจสอบแบบทดสอบและให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์หาค่าทางสถิติ

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากร	$N$	$\mu(\%)$	$\sigma$	$\mu_0(70\%)$	ร้อยละของความต่าง
หลังทดลอง	10	19.3(77.2)	1.25	17.5	7.20

จากตาราง 2 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความต่างเท่ากับ 7.20

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังตาราง 3

ตาราง 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากร	$N$	$\mu(\%)$	$\sigma$	$\mu_0(70\%)$	ร้อยละของความต่าง
หลังทดลอง	10	35.0 (77.78)	2.40	31.50	7.78

จากตาราง 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความต่างเท่ากับ 7.78

### อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) มี สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความต่างเท่ากับ 7.20 ผลเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่แนะให้รู้จัก โดยผู้สอนเป็นนำเสนอปัญหา ใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้ (Carpenter *et al*, 1999, pp. 60-85) ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไข ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ รวมทั้งนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม ทำเอกสารแนะแนวทางทำแบบใบกิจกรรม และใบงานระหว่างเรียน และเมื่อเรียนจบแต่ละเนื้อหา นักเรียนจะมีการอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นทำให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าหรือข้อบกพร่องของตนเอง ทำให้สามารถ แก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ คาร์เพนเทอร์ และคณะ(Carpenter *et al*, 1989, pp. 499-531) ที่ศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) มีคะแนนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

2. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความต่างเท่ากับ 7.78 ผลเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่แนะให้รู้จัก โดยผู้สอนนำเสนอปัญหา ใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้ (Carpenter *et al*, 1999, pp. 60-85) เพื่อนให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกมาด้วยตัวของนักเรียนเอง และพยายามหาเหตุผลเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ในกิจกรรมกลุ่มยังมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้รับฟังแนวคิดในการให้เหตุผลของเพื่อนและ ร่วมกันสรุปเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมแล้วนำเหตุผลเหล่านั้นมาสรุปเป็นแนวคิดของตนเอง ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสมเหตุสมผล ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ชั้น ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) พบว่านักเรียนได้พัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงส่งผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2551, หน้า 187 - 201) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา จากผลการทดลองพบว่า ด้านทักษะการให้เหตุผล นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และผลงานวิจัยของ ขวัญ เพียงซ้าย (2553, หน้า 102-112) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน จากผลการทดลองพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

## ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการวิจัยและผลการวิจัย ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้และสำหรับการวิจัยครั้งต่อไปดังนี้

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนผู้สอนควรทบทวนความรู้ให้กับนักเรียนก่อน หากนักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพออาจจะทำให้ไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ หรืออาจให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่ตรงประเด็น

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในช่วงแรกนักเรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้หรือสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เล็กน้อย ครูจึงควรแนะนำให้รู้คิดด้วยตัวของนักเรียนเองโดยการใช้คำถามช่วย

1.3 ผู้สอนควรมีเวลาให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่านี้และมีเวลาแนะให้นักเรียนรู้จักคิดด้วยตัวของนักเรียนเองมากกว่านี้

### 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทางด้านอื่น ที่นอกเหนือจากความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

2.2 ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง และมีความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น

2.3 ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ร่วมกับเนื้อหาอื่นๆ เช่น สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เป็นต้น

## เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ขวัญ เพียงซ้าย. (2553). *การพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญาโท กศ.ด. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พิชัย ภูขันธ์. (2558). สัมภาษณ์. 1 มกราคม 2558.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). *การพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะกระบวนการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญาโท กศ.ด. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2552 – 2553). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction : CGI) : รูปแบบ หนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา*, 21(1), 1-10.

- ระพีพันธ์ ฉายวิมล. (2546). *จิตวิทยาการศึกษา*. ชลบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ตัวอย่างการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2*. กรุงเทพฯ: บริษัท 3- คิว มีเดีย จำกัด.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อการพัฒนา*. กรุงเทพฯ. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Penelope L. Peterson, Chi-Pang Chiang, Megan Loef. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational research Journal*, 26(4), 499-531.
- Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Megan Loef Franke, Linda Levi & Susan B. Empson. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fennema, E. et al. (1993). Using children's knowledge in instruction. *American Educational research Journal*, 27(4): 555-583.
- Hoosain, E. and Chance, R.H. (2004). Problem-Solving Strategies of First Grades. *Teaching Children Mathematics*, 10, 474-479.
- Land, T. (2007). *Utilizing video-clips and written work to help preservice teachers understand student thinking*. Master's Thesis. Iowa: Iowa State University. Photocopies.
- National Research Council. (2000). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Peterson, P.L. et al. (1991). *Using Children's Mathematical Knowledge*. Menlo Park, CA: SRI International.